

Аппроксимация тензорного поля с помощью сплайнов

Хамзин С.Ю.¹

Научный руководитель: Соловьева О.Э.², д.ф.-м.н., профессор, зав. лаб.

Институт естественных наук и математики, Уральский федеральный университет
Институт иммунологии и физиологии Уральского отделения Российской академии наук.
¹re111112@mail.ru; ²soloveva.olga@urfu.ru

Многие данные мы получаем с шумом. В частности, выходные данные с датчика это зашумленный тензор диффузии. Эти данные нужны для построения точной модели электромеханики сердца. Для решения данной задачи был разработан следующий метод.

Исходными данными являются тензоры диффузии, определенные в пространстве с каким-то шагом (который зависит от разрешения томографа). Как показано в статье [1], при решении данной задачи необходимо трансформировать тензоры в их матричные логарифмы, после этого использовать методы аппроксимации отдельно по каждой из компонент тензора, после этого преобразовать обратно.

Для простоты рассмотрим одномерную задачу аппроксимации. Исходную функцию можно представить в следующем виде (1):

$$y = \hat{y}(x) + \epsilon \quad (1)$$

Где ϵ - это шум. Затем функция $\hat{y}(x)$ представляется в виде сплайна(2) и для нахождения коэффициентов сплайна решается задача минимизации(3):

$$f = X\beta \quad (2)$$

$$\|y - f\|^2 + \lambda \int_0^1 \ddot{f}^2 dx \quad (3)$$

$$\text{Откуда } \beta = (\lambda \int_0^1 \ddot{X}^T \ddot{X} dx + X^T X)^{-1} X^T$$

Для нахождения λ используется метод перекрестной проверки, описанный в [2].

Полученный результат приведен на рисунке 1.

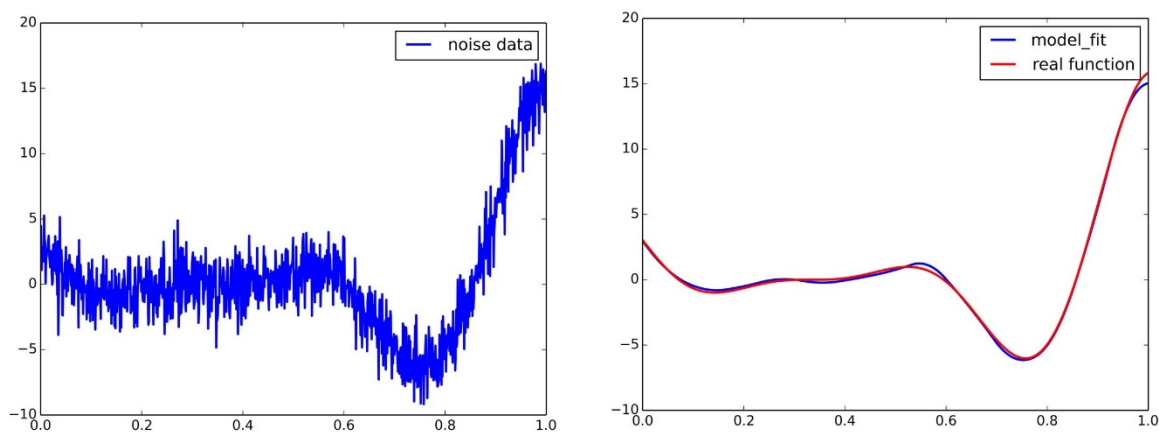


Рисунок 1 – Слева исходные данные, справа аппроксимация данных и сравнение с исходной одномерной функцией.

Литература

1. Arsigny V., et al. *Magn Reson Med.* 56(2):411-21 (2006)..
2. Golub G.H., Heath M., Wahba G., *Technometrics* Vol. 21, No. 2, pp. 215-223 (1979)